Mathematik macht Freu(n)de – Kompetenzmaterialien

LUKAS RIEGLER (UNIV. WIEN)

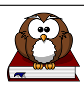
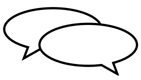
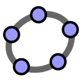
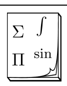
Seit Sommer 2016 bin ich neben meiner Unterrichtstätigkeit auch im Projekt „Mathematik macht Freu(n)de" von Univ.-Prof. Dr. Michael Eichmair an der Gestaltung und Weiterentwicklung der Kompetenzmaterialien beteiligt.
In den letzten 2 Jahren sind dabei mehr als 20 Kompetenzhefte und mehr als 30 Arbeits- bzw. Technologieblätter zu mathematischen Themen der Sekundarstufe II entstanden und online zur Verfügung gestellt worden. In diesem Artikel beschreibe ich den Aufbau und die grundlegenden Absichten hinter den Kompetenzmaterialien.

1. Aufbau und Verwendung der Kompetenzmaterialien

Die Kompetenzmaterialien decken bereits ein breites Spektrum an mathematischen Themen der Sekundarstufe II ab. Alle Materialien stehen auf der Projekt-Website (https://mmf.univie.ac.at/materialien) uneingeschränkt und kostenlos zum Download als PDF verfügbar. Die Materialien unterliegen einer Creative Commons BY-NC-ND 4.0 Lizenz. Das bedeutet:

- Die Materialien und deren Inhalte dürfen **nicht** für Geld verkauft werden.
- Die Nutzung, Verbreitung und Vervielfältigung der Materialien zu nicht-kommerziellen Zwecken (inkl. Unterrichtsvorbereitung und -gestaltung) ist von uns ausdrücklich erwünscht.
  Es dürfen auch nur Ausschnitte der Materialien verwendet werden, wenn ein Verweis auf das Projekt „Mathematik macht Freu(n)de" angegeben wird.[1]
- Das Recht zur Veränderung der Inhalte verbleibt im Projekt Mathematik macht Freu(n)de.

Die Inhalte der Kompetenzmaterialien sind modular in kurzen (Unterrichts-)Sequenzen aufgebaut. Jede solche Sequenz ist grafisch durch ein Fenster dargestellt. In der Ecke rechts oben hat das Fenster eine Überschrift und ist mit einem der folgenden Symbole markiert:

	„Es ist, was es ist. Das muss ich lernen."
	„Das kann ich verstehen und erklären."
	„Hier soll ich aktiv werden."
	„Hier hilft mir Technologie beim Verstehen."
	„Hier kommt ein Kochrezept."
	„Diese Formel finde ich in der Formelsammlung."
	„In diese Falle tappe ich nicht."
	„Hier kann ich mich herausfordern."

Ich danke den Autoren der `sisart` Dokumentenklasse, deren Arbeit hier als Vorlage diente.

[1] In den aktuellsten Versionen (Stand: 28.09.2018) der Kompetenzmaterialien ist jede Sequenz bereits mit dem MmF-Logo versehen. Mit dem Logo ist kein weiterer Hinweis auf das Projekt notwendig.

Im Folgenden erklären wir diese Symbole genauer anhand von Beispielen.

- Das **Eulen-Symbol** kommt auf zwei verschiedene Arten zum Einsatz.
  Einerseits verwenden wir es bei mathematischen Definitionen und Schreibweisen. Zum Beispiel:

  Potenzen mit natürlichen Exponenten

  Wir verwenden die Potenzschreibweise, um uns Schreibarbeit zu ersparen:

  $$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

  Die Schreibweise a^9 ist praktischer als $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$.
  Sprechweise: „*a hoch n*“ oder manchmal die „*n-te Potenz von a*“

  Die Zahl a heißt **Basis**, die Zahl n heißt **Exponent**.

  Neben der Schreibweise gibt es für SuS hier nichts zu verstehen.
  Andererseits gibt es aber auch mathematische Sätze und Regeln, deren Verwendung in der Schule unverzichtbar sind, obwohl für deren Begründung im Unterricht nicht ausreichend Zeit zur Verfügung steht. Hier steht weniger das Verständnis, sondern mehr die zuverlässige Anwendung der Regeln für SuS im Vordergrund. An solchen Stellen verwenden wir ebenfalls das Eulen-Symbol. Ein typisches Beispiel dafür sind meines Erachtens die Ableitungen der elementaren Funktionen und die Ableitungsregeln:

  Quotientenregel

  Quotientenregel: $q(x) = \dfrac{a(x)}{b(x)} \quad \Longrightarrow \quad q'(x) = \dfrac{a'(x) \cdot b(x) - a(x) \cdot b'(x)}{b(x)^2}$

  In beiden Fällen handelt es sich also für SuS bei solchen Sequenzen um reine „Lerninhalte“.

- Im Gegensatz zum Eulen-Symbol kommt das **Dialog-Symbol** bei Sequenzen zum Einsatz, in denen SuS etwas mathematisch verstehen und erklären können. Zum Beispiel:

  Rechenregeln für Potenzen

  Kannst du erklären, weshalb diese Rechenregeln gelten?

  Denke zum Beispiel an $n = 3$ und $m = 2$.

  1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

  2) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

  3) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$

  4) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

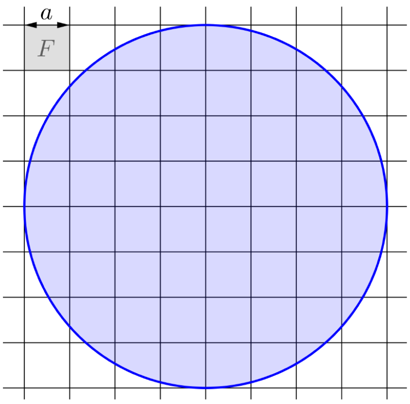
  Dass $a^3 \cdot a^2 = (a \cdot a \cdot a) \cdot (a \cdot a) = a^{3+2}$ ist, sollte für SuS schließlich keine Regel zum Auswendiglernen sein. Es geht hier also um Sequenzen im Unterricht, die die Lehrperson in Form von wohlgestellten Fragen gemeinsam mit den SuS entwickeln kann. Schlussendlich ist das Ziel, dass SuS diese Inhalte auch selbst anderen SuS in eigenen Worten erklären können.

- Das **Stift-Symbol** verwenden wir häufig auf Arbeitsblättern. Hier sollen SuS zum Beispiel einen Lückentext ausfüllen oder in einer Grafik etwas einzeichnen. Zum Beispiel:

Quadratur des Kreises?!

Wir beginnen mit etwas Vertrautem, nämlich dem Kreis.
Die Seitenlänge a eines einzelnen Quadrats im quadratischen Raster unten ist $a =$ ________ cm.

Der Flächeninhalt F eines einzelnen Quadrats im Raster ist $F =$ ____________ cm^2.



Die Quadrate im Raster, die vollständig in der Kreisfläche enthalten sind, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt U.

$U =$ ____ $\cdot F =$ ____________ cm^2

U steht für **Untersumme**.

Die Quadrate im Raster, die mit der Kreisfläche zumindest teilweise überlappen, bilden eine Rechtecksfigur mit Flächeninhalt O.

$O =$ ____ $\cdot F =$ ____________ cm^2

O steht für **Obersumme**.

Der Flächeninhalt A des Kreises liegt irgendwo zwischen der Untersumme und der Obersumme:

____ $\leq A \leq$ ____

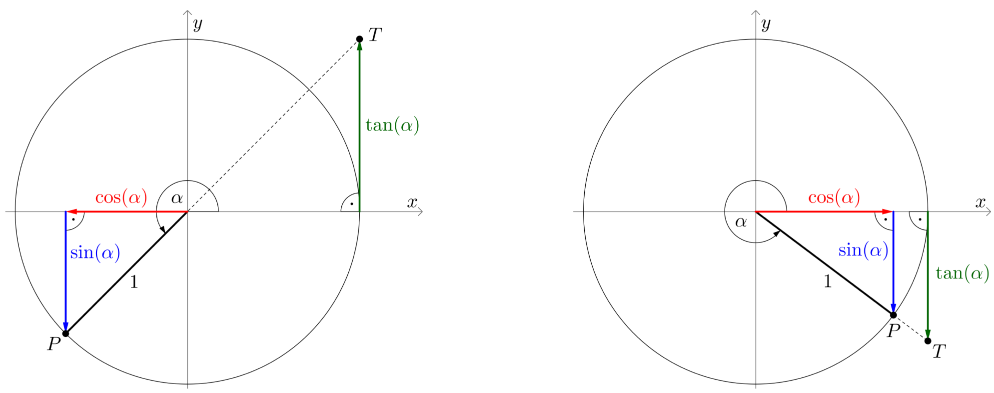
Wie könntest du die Abschätzungen verbessern?

Es handelt sich hier also um Sequenzen im Unterricht, die SuS selbstständig oder in Gruppen besprechen und lösen können sollen.

- Wenn wir das **GeoGebra-Symbol** verwenden, ist die Überschrift der Sequenz mit einer GeoGebra-Datei verlinkt. Hier kann man also die Erklärungen im Unterricht mit Technologieeinsatz unterstützen. Zum Beispiel:

Winkelfunktionen am Einheitskreis

Wir lassen den Punkt P am Einheitskreis weiterwandern:



Trage in der Tabelle die Vorzeichen $(+, -)$ der Winkelfunktionen in den vier Quadranten ein.
Welche Werte haben die Winkelfunktionen bei den besonderen Winkeln $0°$, $90°$, $180°$, $270°$ und $360°$?

- Beim **Checklist-Symbol** geht es um Aufgabenstellungen, die immer mit der gleichen Abfolge von Schritten gelöst werden können. Hier geht es darum, dieses „Kochrezept“ zu verstehen, und dann „algorithmisch“ anzuwenden. Zum Beispiel:

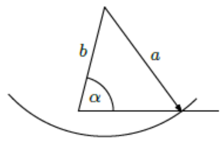
Kochrezept zur Berechnung aller Seiten und Winkel eines allgemeinen Dreiecks

a) Eine Seitenlänge und zwei Winkel sind bekannt:

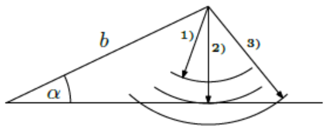
- Dritten Winkel mit Winkelsumme 180° berechnen.
- Seitenlängen mit Sinussatz berechnen.

b) Zwei Seitenlängen und jener Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt, sind bekannt:

- Winkel gegenüber der kürzeren Seite mit Sinussatz berechnen. Dieser Winkel ist sicher spitz.
- Dritten Winkel mit Winkelsumme 180° berechnen.
- Dritte Seitenlänge mit Sinussatz berechnen.



c) Zwei Seitenlängen und jener Winkel, der der kürzeren Seite gegenüberliegt, sind bekannt:



1) Sinussatz $\rightsquigarrow$ DOMAIN Error $\implies$ keine Lösung

2) Sinussatz $\rightsquigarrow$ $\beta = 90°$ $\implies$ eine Lösung

3) Sinussatz $\rightsquigarrow$ spitzer Winkel β $\implies$ zwei Lösungen ($\beta' = 180° - \beta$)

d) Zwei Seitenlängen und der eingeschlossene Winkel sind bekannt:

- Dritte Seitenlänge mit Cosinussatz berechnen.
- Spitzen Winkel mit Sinussatz berechnen. Der Winkel gegenüber der kürzeren Seite ist sicher spitz.
- Dritten Winkel mit Winkelsumme 180° berechnen.

e) Drei Seitenlängen sind bekannt:

- Größten Winkel mit Cosinussatz berechnen.
- Zweiten Winkel mit Sinussatz oder Cosinussatz berechnen. Dieser Winkel ist sicher spitz.
- Dritten Winkel mit Winkelsumme 180° berechnen.

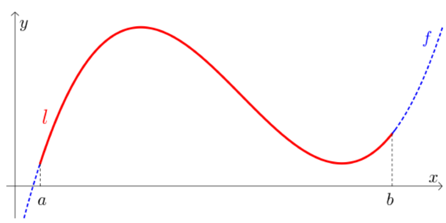
Bei diesem Beispiel geht es also darum, dass SuS erkennen, wie sie die Seitenlängen und Winkel in einem allgemeinen Dreiecken systematisch berechnen können. Warum der Fall „Drei Winkel sind bekannt“ fehlt, bietet anschließend einen Anlass zu einer -Sequenz.

- Bei Sequenzen mit dem **Formel-Symbol** öffnet sich mit Klick auf das Symbol die offizielle sRDP-Formelsammlung (BHS). Hier wird also eine Formel angegeben, auf die auch in der Formelsammlung zurückgegriffen werden kann. Zum Beispiel:

Bogenlänge

Die **Bogenlänge l** des Graphen einer differenzierbaren Funktion f im Intervall $[a; b]$ ist

$$l = \int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2}\,\mathrm{d}x.$$



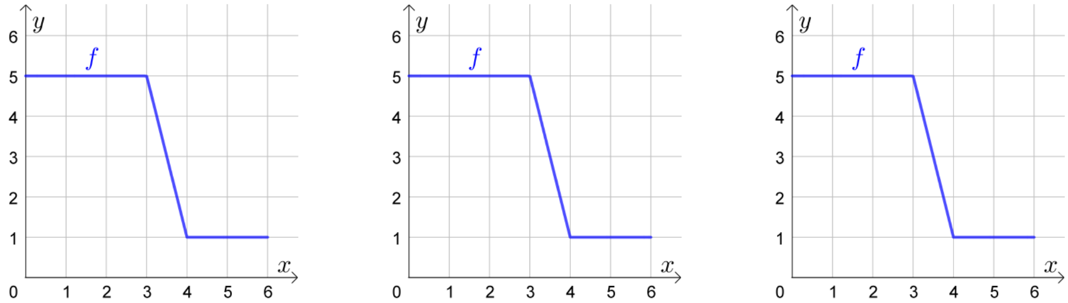
- Das **Warn-Symbol** ⚠ verwenden wir auf zwei verschiedene Arten. Einerseits weisen wir auf Fallen hin, in die SuS hier erfahrungsgemäß tappen könnten. Andererseits kann es auch um falsche Behauptungen gehen, die sich in der mathematischen Literatur hartnäckig halten. Ein Beispiel dafür ist die (fälschlicherweise) behauptete Monotonie von Untersummen bzw. Obersummen:

Leere Behauptungen

Wir teilen das Intervall $[a;b]$ in n gleich breite Teile.
Die zugehörige Untersumme kürzen wir mit U_n ab.

Ein weit verbreiteter *Irrglaube* ist, dass dann $U_1 \leq U_2 \leq U_3 \leq U_4 \leq \cdots$ gelten muss.

Erkläre, warum die folgende Funktion f im Intervall $[0;6]$ diese Behauptung widerlegt:

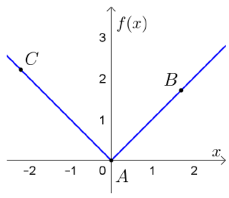


$U_1 =$ ______________ $U_2 =$ ______________ $U_3 =$ ______________

- Bei Sequenzen mit dem **Stern-Symbol** werden Inhalte behandelt, die sich in erster Linie an mathematisch interessierte SuS richten. Einigen dieser Sequenzen gehen Fragen voraus, die mir SuS im Unterricht gestellt haben. Es handelt sich also jedenfalls um relevante Inhalte für Lehrpersonen. Zum Beispiel:

Wie kann eine Funktion *nicht* differenzierbar sein?

Rechts siehst du den Graphen der Betragsfunktion $f(x) = |x|$.
Warum ist $f(x) = |x|$ an der Stelle 0 *nicht* differenzierbar?



An solche **Knickpunkte** können wir keine eindeutige Tangente legen. Die Funktion ist dort zwar stetig, aber *nicht* differenzierbar.

2. Kompetenzhefte

Die Kompetenzhefte richten sich sowohl an Lehrpersonen als auch an SuS:
Für Lehrpersonen können die Kompetenzhefte zur Orientierung dienen, wie ein Themengebiet im Unterricht aufgebaut werden könnte. Für SuS können die Kompetenzhefte (zum Beispiel in der Vorbereitung zur sRDP) bei der Wiederholung oder Vertiefung eines Themengebiets helfen.

Die Kompetenzhefte können in digitaler Form als PDF verwendet werden oder in gedruckter Form.[2]

[2] Es besteht auch die Möglichkeit, die Kompetenzhefte tatsächlich als „Hefte“ zu drucken. (Druckeinstellung: Broschüre)

Jedes Kompetenzheft ist in drei Abschnitte gegliedert:[3]

1. **Diagnoseaufgaben:** In diesem Abschnitt befinden sich vorwiegend bereits gestellte sRDP-Aufgaben. Zum Beispiel:

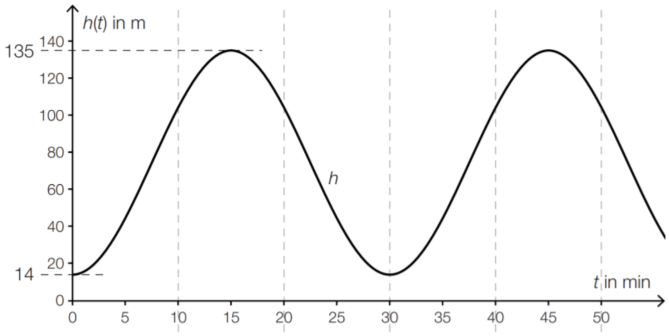
   Aufgabe 1.2. Dreht sich ein Riesenrad mit konstanter Geschwindigkeit, so gilt für die Höhe $h(t)$, in der sich eine Gondel zum Zeitpunkt t über dem Boden befindet:

   $$h(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) + c$$

   a) Das *London Eye*, eines der größten Riesenräder, dreht sich so langsam, dass es für das Ein- und Aussteigen der Fahrgäste nicht anhalten muss.

   Der Graph der Funktion h ist in der nebenstehenden Abbildung dargestellt.

   – Lesen Sie den Durchmesser des Riesenrades ab.
   – Ermitteln Sie den Parameter ω.
   – Ermitteln Sie den Parameter c.



   Das BMBWF-Logo zu Beginn der Aufgabenstellung ist mit der entsprechenden Aufgabe im Aufgabenpool verlinkt. Dort findet man einen möglichen Lösungsweg und das richtige Endergebnis. Eine Sammlung der Endergebnisse aller Diagnoseaufgaben befindet sich zur Selbstkontrolle auch am Ende dieses Abschnitts im Kompetenzheft.
   Wir versuchen eine möglichst repräsentative Auswahl an sRDP-Aufgaben zu diesem Themenbereich zu treffen. Für Lehrpersonen und SuS können diese Aufgaben somit als Orientierung zur Vorbereitung auf die sRDP dienen.[4] Wenn man als SchülerIn diese Aufgaben problemlos lösen und erklären kann, dann bietet ein Weiterlesen im Kompetenzheft vermutlich wenig neues. Falls doch Probleme auftreten, sollen diese durch ein Weiterlesen im zweiten Abschnitt geklärt werden.

2. **Inhaltliche Erklärungen:** In diesem Abschnitt bereiten wir die mathematischen Inhalte in einer Abfolge von kurzen Sequenzen auf. Die Erklärungen werden dabei mit durchgerechneten Beispielen unterstützt. Diese Abfolge soll auch einen möglichen Aufbau zur Behandlung des Themas im Unterricht aufzeigen. Erfahrungsgemäß wird im Mathematikunterricht jedoch nicht für jedes Thema ausreichend Zeit sein, um die Inhalte des entsprechenden Kompetenzhefts von der ersten bis zur letzten Seite zu besprechen. Vor allem Sequenzen mit dem Stern-Symbol richten sich hier in erster Linie an Lehrpersonen und interessierte SuS.

3. **Weitere Aufgabenstellungen:** Im letzten Abschnitt befinden sich weitere Aufgabenstellungen zu diesem Thema, die ergänzend im Unterricht, bei Hausübungen, Schularbeiten etc. verwendet werden können.

Zum Großteil der Kompetenzhefte gibt es bereits zugehörige Arbeitsblätter, auf die an der passenden

[3] Die Kompetenzmaterialien befinden sich in laufender Weiterentwicklung. Der beschriebene Aufbau bezieht sich auf alle Kompetenzhefte mit letzter Änderung seit 19.08.2018. Ältere Kompetenzhefte werden ab der nächsten Überarbeitung diesem Aufbau folgen.

[4] Als ehemaliger Schüler einer AHS und nun als Lehrperson in einer BHS sind mir die Überschneidungen und Differenzen von „Mathematik“ und „Angewandter Mathematik“ bewusst. Die Berechnung von Winkeln in Dreiecken, das Ablesen der Amplitude einer Sinusfunktion, die Berechnung des globalen Maximums einer Funktion etc. ist – Mathematik sei Dank – nicht vom Schultyp abhängig. In diesem Sinne sind die Kompetenzmaterialien an alle Schultypen der Sekundarstufe II gerichtet. An manchen Stellen wird aber auch mehr als das für einen bestimmten Schultyp geforderte Maß erklärt sein.

Stelle im Kompetenzheft verlinkt ist. Zum Beispiel:

Ableitungsfunktion

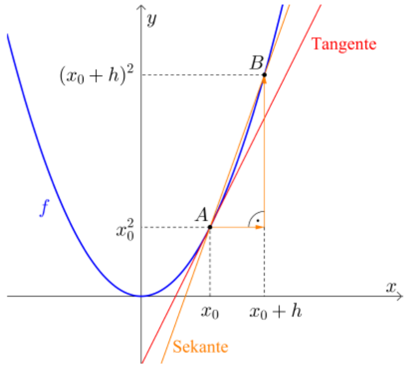
Auf dem Arbeitsblatt – Differentialquotient behandeln wir die folgenden Fragen:

Welche Steigung hat die Funktion f mit

$$f(x) = x^2$$

an einer beliebigen Stelle x_0?

Was ist die **Ableitungsfunktion** f' von f?



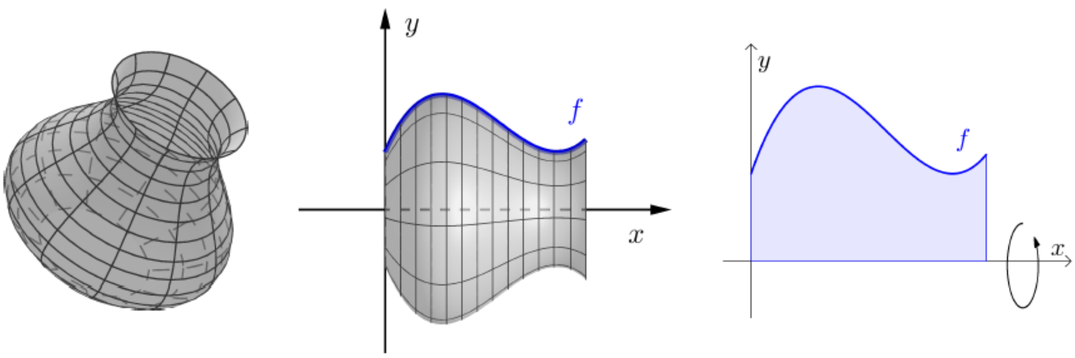
3. Arbeitsblätter & Technologieblätter

Die Arbeits- und Technologieblätter sind zur Unterrichtsgestaltung konzipiert. So wie die Kompetenzhefte sind auch die Arbeits- und Technologieblätter in kurzen Sequenzen aufgebaut. Die Erklärungen sind häufig durch Grafiken unterstützt, die für mich in dieser Qualität und begrenzten Zeit im Unterricht an der Tafel nicht erreichbar wären. Zum Beispiel:

Modellbildung

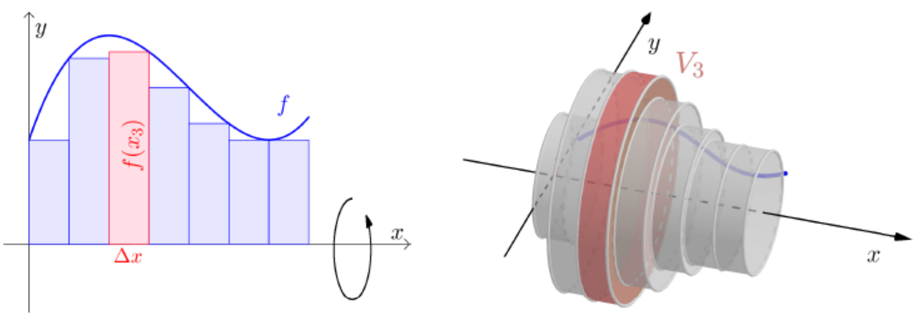
Welches Volumen hat die dargestellte Vase?

Du kannst leider kein Wasser einfüllen und nachmessen ...



Annäherung mit Drehzylindern

Wir zerlegen das Intervall in Teilintervalle mit gleicher Breite Δx.
Wie beim bestimmten Integral nähern wir das Volumen durch eine Untersumme an:



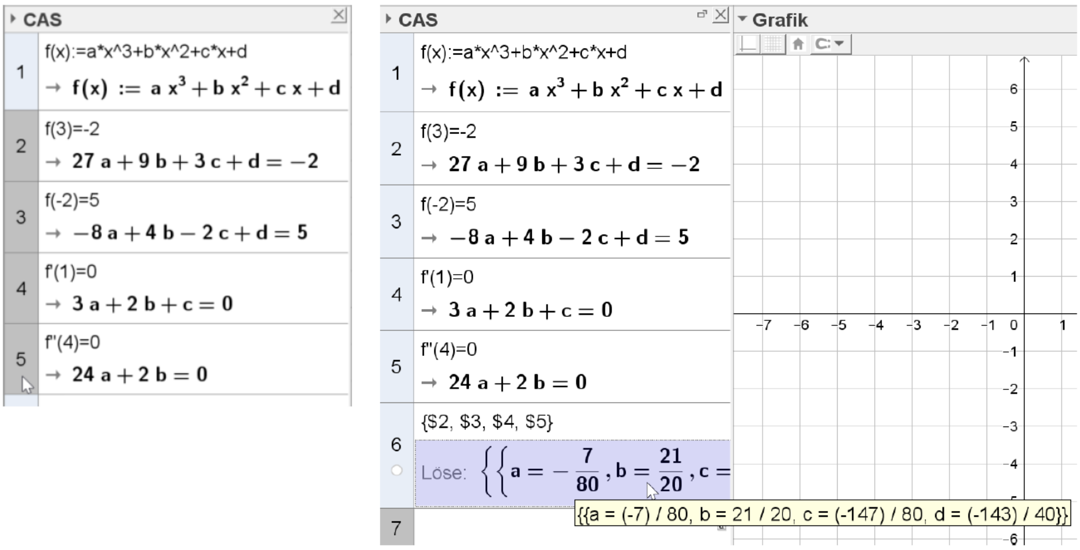
Stelle eine Formel für das Volumen des markierten Drehzylinders auf: $V_3 =$ ______________

Zu den meisten Arbeitsblättern steht online auch eine ausgearbeitete Version zur Verfügung. In der ausgearbeiteten Version sind mögliche Lösungen in roter Farbe ergänzt. Im Unterricht können so die beiden Versionen abwechselnd mit Beamer projiziert werden. Die Arbeitsblätter stellen so – meiner Erfahrung nach – eine zusätzliche, effiziente Gestaltungsmöglichkeit im Unterricht dar.
Auf den Technologieblättern werden Themen behandelt, bei denen SuS sinnvoll Technologie einsetzen können. Zum Beispiel: Nullstellen von Polynomfunktionen höherer Ordnung berechnen, lineare Gleichungssysteme mit mehreren Variablen lösen, exponentielle Ausgleichsfunktionen berechnen etc.
Auf den Technologieblättern erklären wir anhand von Beispielen, wie solche Aufgabenstellungen mit GeoGebra gelöst werden können:

Umgekehrte Kurvendiskussion mit GeoGebra lösen

1) Unter Ansicht die CAS-Ansicht öffnen. Die Funktionsgleichung und Gleichungen eingeben.

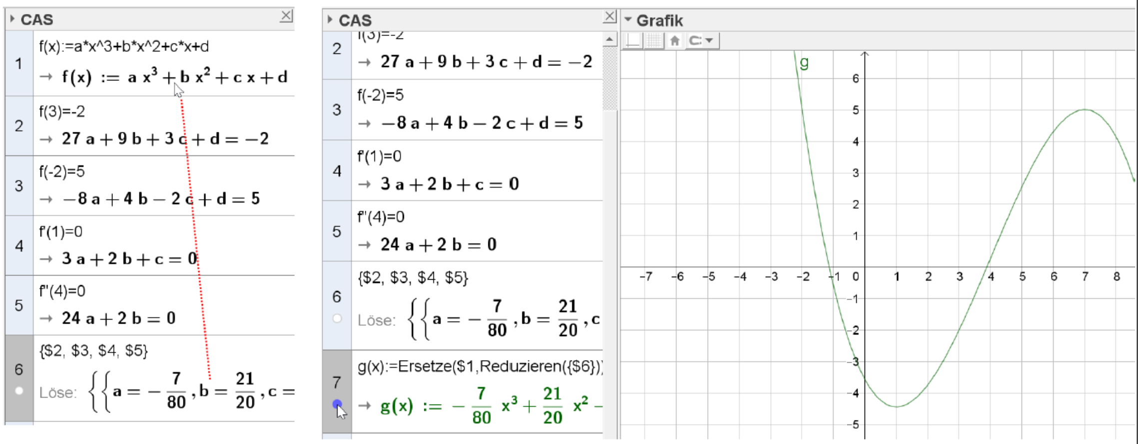
2) Das Gleichungssystem (Zeilen 2-5) mit der Maus markieren (Maustaste gedrückt halten).
GeoGebra löst das Gleichungssystem mit Klick auf $\boxed{x=}$ exakt oder mit Klick auf $\boxed{x\approx}$ näherungsweise.



Um alle Koeffizienten zu sehen, entweder das CAS-Fenster verbreitern oder mit dem Mauszeiger auf die Lösung zeigen.

3) Falls wir den Funktionsgraphen zur Kontrolle sehen möchte oder mit der Funktion weiterrechnen möchten: Lösungsliste (Zeile 6) mit der Maus in die Funktionsgleichung (Zeile 1) ziehen (Drag & Drop).
Alternativ können wir den Befehl Ersetze(<Ausdruck>, <Substitutionsliste>) verwenden.
In der nächsten Zeile (Zeile 7) wird dann die Funktionsgleichung mit eingesetzten Koeffizienten angezeigt.

4) Heißt die unabhängige Variable x, wird mit Klick auf den weißen Kreis (unter Zeilennummer 7) der Funktion ein Name gegeben. Der Funktionsgraph ist dann in der Grafik-Ansicht zu sehen.



5) Verändern wir jetzt die Bedingungen an die Funktion (Zeile 2-5), wird automatisch die Gleichung und Graph der Funktion g aktualisiert.

4. Ausblick

Wir veröffentlichen auf der Projekt-Homepage (https://mmf.univie.ac.at/materialien) regelmäßig neue Kompetenzmaterialien und Weiterentwicklungen der bestehenden Materialien:

Kompetenzhefte	Letzte Änderung
Differenzieren I (Sekanten, Tangenten, Ableitungsregeln)	30.06.2018
Differenzieren II (Kurvenuntersuchungen, Phys. Anwendungen)	30.06.2018
Exponential- und Logarithmusfunktionen	19.08.2018
Finanzmathematik I	31.08.2018
Folgen und Reihen	31.08.2018
Grenzwerte	12.01.2018
Integrieren I (Bestimmtes Integral, Phys. Anwendungen)	30.06.2018
Integrieren II (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)	30.06.2018
Integrieren III (Volumen, Bogenlänge, Linearer Mittelwert)	30.06.2018
Kombinatorik	04.04.2018
Komplexe Zahlen	31.03.2017
Lineare Funktionen	23.09.2017
Quadratische Funktionen	16.03.2017
Stammfunktionen	03.02.2017
Statistik I (Statistische Kenngrößen, Boxplot, Diagramme)	21.06.2018
Stochastik I (Laplace, Zufallsvariablen, Baumdiagramme)	20.04.2018
Stochastik II (Binomialverteilung)	27.03.2018
Stochastik III (Normalverteilung)	21.06.2018
Trigonometrie I (Ähnliche Dreiecke, Rechtwinkliges Dreieck)	21.04.2017
Trigonometrie II (Einheitskreis, Allgemeine Winkelfunktionen)	19.08.2018
Trigonometrie III (Allgemeines Dreieck, Summensätze)	03.02.2017
Vektorrechnung im Raum	05.07.2017
Vektorrechnung in der Ebene	04.04.2018

Technologieblätter	Letzte Änderung
Kurvendiskussion	15.02.2018
Umgekehrte Kurvendiskussion (Ausarbeitung)	22.08.2018

Arbeitsblätter	Letzte Änderung
Ähnlichkeit und Winkelfunktionen	03.02.2017
Allgemeines Dreieck (Ausarbeitung)	03.02.2017
Baumdiagramme (Ausarbeitung)	23.03.2018
Bestimmtes Integral (Ausarbeitung)	30.06.2018
Binomialverteilung (Ausarbeitung)	18.04.2018
Differentialquotient (Ausarbeitung)	30.06.2018
Exponentialfunktionen (Ausarbeitung)	19.08.2018
Graphen der Winkelfunktionen (Ausarbeitung)	04.10.2018
Grenzwerte	12.01.2018
Kombinatorik (Ausarbeitung)	08.03.2018
Kulturtechnik Integration (Ausarbeitung)	30.06.2018
Logarithmusfunktionen (Ausarbeitung)	21.09.2018
Mittelwertsatz der Differentialrechnung (Ausarbeitung)	30.06.2018
Mittelwertsatz der Integralrechnung (Ausarbeitung)	30.06.2018
Newtonsches Näherungsverfahren	03.02.2017
Normalverteilung (Ausarbeitung)	21.06.2018
Pascalsches Dreieck	27.09.2017
Physikalische Anw. der Diff.- und Int.rechnung (Ausarbeitung)	30.06.2018
Potenzen und Wurzeln (Ausarbeitung)	19.08.2018
Rotationsvolumen (Ausarbeitung)	30.06.2018
Relative Häufigkeiten und Baumdiagramme (Ausarbeitung)	21.06.2018
Statistische Kenngrößen und Boxplot (Ausarbeitung)	21.06.2018
Steigungsmessung von Geraden	22.08.2017
Stetigkeit (Ausarbeitung)	30.06.2018
Vektorrechnung im Raum (Ausarbeitung)	02.05.2018
Vektorrechnung in der Ebene (Ausarbeitung)	02.05.2018
Winkelfunktionen am Einheitskreis (Ausarbeitung)	19.08.2018
Zufallsexperimente (Ausarbeitung)	23.03.2018
Zufallsvariablen und Erwartungswert (Ausarbeitung)	23.03.2018

Liste der veröffentlichten Kompetenzhefte, Arbeitsblätter und Technologieblätter (Stand: 05.10.2018)

Weitere Kompetenzmaterialien befinden sich bereits in einer späten Entwicklungsphase. Für die Zukunft planen wir neben der Abdeckung noch fehlender Themen der Sekundarstufe II auch eine engere Vernetzung der Kompetenzmaterialien untereinander.

5. Qualitätssicherung & Danksagung

Ich möchte mich an dieser Stelle bei allen Personen bedanken, deren wertvolle Rückmeldungen, Ideen und Verbesserungsvorschläge maßgeblich zur Qualität der Materialien beigetragen haben. Dazu zählen forschende Personen in der Mathematik, Lehrpersonen an Schulen, Studierende im Unterrichtsfach Mathematik, MitarbeiterInnen der sRDP und nicht zuletzt meine Schülerinnen und Schüler.
Die Kompetenzmaterialien konnten in den vergangenen Jahren – dank des persönlichen Einsatzes von Univ.-Prof. Dr. Michael Eichmair – bei den zahlreichen Förderangeboten des MmF-Projekts großflächig zum Einsatz kommen. Ich möchte mich auch an dieser Stelle bei ihm für seine Anstrengungen, Ideen und inhaltlichen Diskussionen bedanken. Die Materialien wurden und werden so auch dank eurer Erfahrungen laufend weiterentwickelt. Wir freuen uns weiterhin über Feedback zu den Materialien an mmf@univie.ac.at.

Herzlichen Dank auch an Maria Koth, Bernd Thaller und Michael Begusch für die Begutachtung dieses Artikels.

Anschrift des Verfassers

DI Dr. Lukas Riegler

Fakultät für Mathematik
Universität Wien
Oskar-Morgenstern-Platz 1
A – 1090 Wien
Österreich

lukas.riegler@univie.ac.at